



İlan Tarihi: 29.01.2018

Teslim Tarihi: 13.02.2018

Adı Soyadı:

No:

İMZA:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	TOPLAM

NOT: Tam puan almak için yeterli açıklama yapılması gerekmektedir.

- (15 puan) Eleman sayısı 4 olan kaç farklı (izomorfik olmayan) grup vardır. Bu grupların işlem tablolarını çıkarınız.
- (20 puan) Aşağıdaki teoremi ispatlayınız.
 $(G, *)$ grup ve $H \subseteq G$ olsun. $H \leq G \iff H \neq \emptyset$ ve her $a, b \in H$ için $a * b^{-1} \in H$.
- (20 puan) Aşağıdaki teoremi ispatlayınız.
 $G = \langle a \rangle$ ve $|G| = n < \infty$ olsun.
 - $H = \langle a^s \rangle$ alt grubunun eleman sayısı $\frac{n}{\text{EBOB}(s, n)}$ olur.
 - $\langle a^s \rangle = \langle a^t \rangle \iff \text{EBOB}(s, n) = \text{EBOB}(t, n)$
- (20 puan) Aşağıdaki teoremi ispatlayınız.
 $(G, \cdot)$ grup, $\emptyset \neq H \subseteq G$ ve $|H| < \infty$ olmak üzere, $H \cdot$ işlemine göre kapalı ise $H \leq G$ olur.
- (10 puan) $G = \{A \in M_2(\mathbb{R}) \mid \det(A) \neq 0\}$ grubunda $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ ve $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ise $\langle A \rangle$ ve $\langle B \rangle$ devirli gruplarını bulunuz.
- (15 puan) G aşağıdaki şartları sağlayan sonlu ve boş olmayan bir küme olsun:
 - Birleşmeli bir $*$ altında kapalı,
 - $\forall a, b, c \in G$ için $a * b = a * c$ ise $b = c$,
 - $\forall a, b, c \in G$ için $b * a = c * a$ ise $b = c$. $(G, *)$ 'nin bir grup olduğunu ispatlayınız. G sonsuz olsaydı durum ne olurdu? Neden?