



İlan Tarihi: 06.02.2018

Teslim Tarihi: 27.02.2018

Adı Soyadı:

No:

İMZA:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	TOPLAM

NOT: Tam puan almak için yeterli açıklama yapmanız gerekmektedir.

1. (6+6 puan) Aşağıdaki teoremi ispatlayınız.

$G = \langle a \rangle$ olmak üzere

a. $|G| = \infty$ ise G nin $(\mathbb{Z}, +)$ ya izomorfik olduğunu gösteriniz.

b. $|G| = n < \infty$ ise G nin $(\mathbb{Z}_n, +)$ ya izomorfik olduğunu gösteriniz.

2. (6+6 puan) $\mathbb{Z}_{64}$ ve $\mathbb{Z}_{24}$ in bütün altgruplarını ve bu alt grupların üreteçlerini bulunuz. Altgrup diyagramlarını çizin.

3. (12 puan) Her $n \geq 3$ için n elemanlı simetrik grup S_n nin değişmeli olmadığını gösteriniz.

4. (6+6+10 puan) D_n : n . Dihedral grup olmak üzere

a. D_5 in elemanlarını yazınız.

b. $n \geq 3$ için D_n nin eleman sayısını n ye bağlı olarak gösteriniz.

c. (BONUS) D_5 grubunun işlem tablosunu çıkarınız.

5. (12 puan) Aşağıdaki teoremi ispatlayınız.

S_n deki hiçbir permütasyon aynı anda tek sayıda ve çift sayıda transpozisyonun çarpımı şeklinde yazılamaz.

6. (4+3+3 puan) $\alpha = \begin{pmatrix} 12345678 \\ 24715638 \end{pmatrix}$, $\beta = \begin{pmatrix} 12345678 \\ 54367218 \end{pmatrix}$ ve $\gamma = \begin{pmatrix} 12345678 \\ 34187526 \end{pmatrix}$ ise;

a. α, β ve γ 'nın mertebelerini bulunuz.

b. $\gamma^2 \alpha^{-1} \beta^{-2}$ yi bulunuz.

c. α, β ve γ yı transpozisyonlar çarpımı şeklinde yazıp, tek mi çift mi olduklarına karar veriniz.

7. (15 puan) S_n için $n-1$ elemanlı bir üreteç kümesi bulunuz ve S_n deki her elemanın bu üreteç kümesindeki elemanlar tarafından elde edilebileceğini gösteriniz.

8. (15 puan) G grubunun mertebesi n olsun öyle ki n 3 ile tam bölünmesin. $\forall a, b \in G$ için $(ab)^3 = a^3 b^3$ olduğu biliniyorsa G 'nin değişmeli olduğunu gösteriniz. (İpucu: $|G| = n$ olsun. $\text{Ebob}(3, n) = 1$ olduğundan, $\exists x, y \in \mathbb{Z}$ öyle ki, $3x + ny = 1$ sağlanır. Burada $x > 0$ yapılabilir. Bu ipucuyla soru bitti zaten :)).